

УДК 681.5:629.8

DOI DOI DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2026.2.1/30>**Невлюдов І.Ш.**<https://orcid.org/0000-0002-9837-2309>

Харківський національний університет радіоелектроніки

Новоселов С.П.<https://orcid.org/0000-0002-3190-0592>

Харківський національний університет радіоелектроніки

Сичова О.В.<https://orcid.org/0000-0002-0651-557X>

Харківський національний університет радіоелектроніки

Теслюк С.І.<https://orcid.org/0000-0003-0711-9250>

Харківський національний університет радіоелектроніки

РОЗПОДІЛЕНА СИСТЕМА ПОЗИЦІОНУВАННЯ МОБІЛЬНИХ РОБОТІВ НА ОСНОВІ МЕРЕЖІ ARUCO-СЕНСОРІВ ТА АРХІТЕКТУРИ ROS ДЛЯ КІБЕРФІЗИЧНОГО ВИРОБНИЦТВА

У даній роботі розроблено математичний апарат для опису розподіленої системи позиціонування мобільних роботів у виробничому приміщенні довільної конфігурації, що відповідає вимогам інтелектуального виробництва та кіберфізичних систем. Запропонована система базується на мережі периферійних обчислювальних вузлів візуальної навігації, кожен з яких здійснює визначення локальних координат мобільного робота у власній системі відліку за допомогою маркерів типу ArUco та засобів комп'ютерного зору. Розроблено метод узгодження координат, що забезпечує перетворення положення робота з локальних систем координат окремих сенсорних модулів у єдину глобальну систему координат виробничого простору. Для цього використано однорідні матриці трансформації групи $SE(2)$, які дозволяють формалізувати результати калібрування кожного модуля та забезпечити коректне геометричне поєднання вимірювань у спільному координатному просторі. Розглянуто задачу обробки вимірювальної інформації у зонах перекриття полів зору сусідніх камерних модулів. Для підвищення точності позиціонування запропоновано метод злиття координат на основі зваженої оцінки за критерієм мінімуму дисперсії, що дозволяє враховувати різну точність окремих спостерігачів та забезпечує стійкість результату при зміні конфігурації системи. Показано, що запропонований математичний апарат є масштабованим і може бути застосований для довільної кількості сенсорних модулів та довільної геометрії виробничого приміщення. Отримані результати утворюють теоретичну основу для побудови розподіленої системи глобального позиціонування мобільних роботів та реалізації центрального координатора у середовищі ROS, що забезпечує інтеграцію сенсорних вузлів, обмін даними у реальному часі та можливість подальшого розширення функціональних можливостей системи.

Ключові слова: мобільні роботи, ArUco-маркери, розподілена локалізація, ROS, перетворення координат, кіберфізичні системи, Industry 4.0, Industry 5.0.

Постановка проблеми. Сучасна еволюція виробничих систем у межах концепцій Industry 4.0 та 5.0 характеризується відмовою від лінійної автоматизації на користь гнучких структур, здатних до реконфігурації [1]. Це передбачає впровадження адаптивних автономних мобільних роботів, які завдяки розподіленим системам пози-

ціонування та інтелектуальному керуванню здатні до динамічної навігації та узгодженої колективної взаємодії в умовах складного, змінного виробничого середовища. Ефективне функціонування таких систем неможливе без вирішення задачі визначення просторового положення кожного робота у режимі реального часу – задачі, що

є фундаментальною для планування траєкторій, уникнення колізій та координації групових дій [2].

Існуючі підходи до локалізації мобільних роботів у виробничому середовищі можна розділити на декілька класів:

- методи на основі лазерної локації (LiDAR, SLAM) [3];
- радіочастотні системи позиціонування (UWB, RFID) [4, 5];
- ультразвукові системи позиціонування [6];
- оптичні системи позиціонування [7];
- системи позиціонування на основі технічного зору [8, 9].

Кожен із зазначених підходів має свої обмеження. Лазерні системи є дорогими та вимогливими до обслуговування. Ультразвукові й радіочастотні методи мають низьку точність за наявності перешкод. Бортові системи комп'ютерного зору потребують значних обчислювальних ресурсів і є вразливими до змін освітлення на підлозі та забруднення датчиків.

Принципово відмінним підходом є організація позиціонування на основі розподіленої мережі зовнішніх камер з використанням маркерів ArUco, нанесених на верхню поверхню роботів. Такий підхід дозволяє перенести обчислювальне навантаження з платформи робота на зовнішню інфраструктуру, спростити конструкцію самого робота та забезпечити незалежне, централізоване керування відстеження множини об'єктів одночасно. Проте реалізація подібної архітектури пов'язана з низькою невирішених науково-технічних проблем.

По-перше, виникає задача побудови розподіленої системи з зонами видимості камер, що частково перекриваються, кожна з яких функціонує у власній локальній системі координат. Необхідна розробка методів узгодження локальних систем відліку у єдину глобальну модель простору виробничого приміщення з урахуванням геометричних спотворень, похибок калібрування та часових затримок між вузлами мережі. По-друге, постає задача ефективної передачі та агрегації даних від множини обчислювальних вузлів (наприклад, на базі Raspberry Pi) до глобального координатора на платформі ROS (Robot Operating System) з мінімальними затримками та без втрати цілісності інформації. По-третє, при переміщенні робота із зони видимості одного вузла до зони видимості іншого, або у зону перекриття, необхідно забезпечити безперервність позиційного відстеження – вирішити задачу безшовної передачі координат між вузлами мережі.

Таким чином, запропонована в даній роботі технологія локального позиціонування інтегрує низку пріоритетних напрямів сучасної робототехніки: децентралізовані методи комп'ютерного зору, ієрархічні структури ROS, а також алгоритми візуального позиціонування в мультикамерних системах. Наукова новизна дослідження полягає у розвитку теоретичних засад розподіленої локалізації. Практична цінність зумовлена можливістю створення масштабованих і відмовостійких систем керування групами мобільних роботів в умовах динамічного виробничого середовища.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

В роботі Луан Карлос Кляйна [10] запропоновано метод локалізації на основі машинного навчання з використанням маркерів ArUco. Основна ідея полягає у визначенні відносного положення бортової камери щодо реперних міток (ArUcos) з подальшою оцінкою позиції робота за допомогою алгоритмів машинного навчання. Найкращі результати, з похибкою на міліметровому рівні, було отримано завдяки використанню регресії випадкового лісу. Архітектура роботів у зазначеному дослідженні базується на двох основних обчислювальних пристроях – Raspberry Pi відповідає за процес прийняття рішень та керування RGB-камерою, Arduino забезпечує роботу апаратної частини, зокрема двигунів та енкодерів.

Алгоритми оцінки просторового положення на основі реперних графічних міток привертають значну увагу розробників мобільних робототехнічних систем завдяки простоті впровадження та економічній ефективності. У дослідженні, в складі авторів Доянг Кім, Дже Хван Бонг та Сонкюн Чон [11], наведено порівняльний експериментальний аналіз точності систем захоплення руху на базі ArUco відносно комерційного еталона OptiTrack. Результати підтверджують, що системи на основі ArUco забезпечують достатній рівень точності як у статичних, так і в динамічних сценаріях у межах різних зон видимості сенсорів.

Розвиток цього підходу представлений у роботі "Експериментальний аналіз оцінки пози на основі маркерів ArUco" [12], де запропоновано алгоритм одночасного використання декількох маркерів. Розроблена авторами архітектура включає механізми верифікації просторової узгодженості для виявлення некоректних ідентифікаторів у масиві маркерів, а також аналіз часової стабільності для відсікання аномальних вимірювань. Таке рішення дозволяє суттєво підвищити якість оцінки просторового положення робота в складних виробничих умовах.

У статті "Оптимізація розміщення опорних маркерів для покращеної візуальної локалізації" [13] розв'язано задачу оптимального розміщення реперних маркерів для підвищення якості візуальної локалізації. Оптимізація розташування маркерів має високу цінність, оскільки процес їх інсталяції у великих приміщеннях є трудомістким, а підсумкове покращення продуктивності системи критично залежить від обраних позицій. Відповідно до досліджень цей результат є безпосередньо релевантним для проєктування зон перекриття камерних вузлів у запропонованій архітектурі, оскільки дозволяє мінімізувати «сліпі зони» та забезпечити безперервність трекінгу.

Таким чином, питання побудови розподілених систем візуальної локалізації, де позиціонування здійснюється розподіленою мережею зовнішніх модулів обробки візуальних даних на базі Raspberry Pi з подальшою інтеграцією в екосистему ROS, залишається недостатньо висвітленим. Зокрема, актуальною є задача синтезу просторових координат у єдиній системі відліку від просторово рознесених камер із взаємним перекриттям зон огляду, що є необхідною умовою для забезпечення безперервної координації груп мобільних роботизованих платформ у складних промислових середовищах.

Постановка завдання. Метою роботи є розробка моделі розподіленої системи позиціонування мобільних роботів для інтелектуального виробництва на основі мережі ArUco-сенсорів та архітектури ROS.

Виклад основного матеріалу

Архітектура автоматизованої системи

Запропонована архітектура вирішує описані вище проблеми шляхом розгортання розподіленої мережі периферійних обчислювальних вузлів візуальної навігації, кожен з яких є автономним модулем. Роботи оснащуються ArUco-маркерами на верхній поверхні, що дозволяє визначати їх позицію при мінімальних обчислювальних витратах. Уся система реалізується через платформу ROS2 із використанням механізму DDS Middleware для розподіленої передачі даних.

Архітектура автоматизованої системи подана на рис. 1. Система складається з двох логічних рівнів: рівня периферійних модулів (edge-рівень) та рівня глобального координатора (master-рівень). Взаємодія між рівнями здійснюється через розподілену шину повідомлень ROS2 DDS Middleware, що забезпечує публікацію та підписку без потреби у центральному брокері.

На рівні периферії розгорнуто N незалежних модулів, кожен з яких включає відеокамеру та одноплатний комп'ютер Raspberry Pi. Модулі встановлюються у фіксованих точках виробничого простору

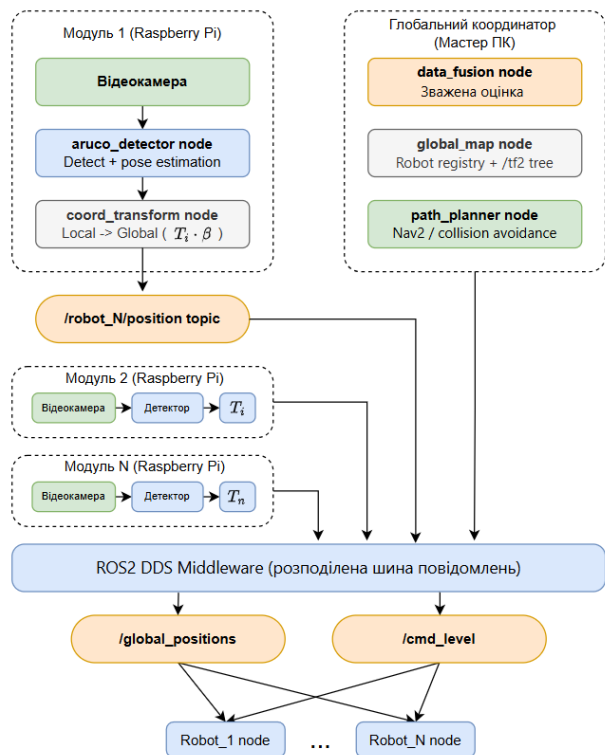


Рис. 1. Архітектура автоматизованої системи

з відомими координатами та кутами орієнтації, що визначаються під час калібрування системи.

Кожен периферійний обчислювальний вузол візуальної навігації має трирівневий конвеєр обробки у вигляді послідовного ланцюжка ROS2-вузлів.

Перший вузол (aruco_detector node) відповідає за захоплення відеопотоку з камери та детекцію ArUco-маркерів в кожному кадрі. За допомогою бібліотеки OpenCV та алгоритму ArUco визначається піксельне положення чотирьох кутових точок маркера, після чого обчислюються вектори трансляції та ротації, що описують позу маркера у системі координат камери. Результатом роботи вузла є вектор вимірювання $m_i = (u_i, v_i, 1)^T$ у локальних координатах, а також ідентифікатор робота, закодований у маркері.

Другий вузол (coord_transform node) виконує перетворення локальних координат ArUco-детекції у глобальні координати виробничого простору. Для цього використовується попередньо обчислена однорідна матриця трансформації T_i групи SE(2), що враховує положення модуля (x_i^G, y_i^G) та кут орієнтації камери τ_i відносно глобальної системи відліку. Перетворення здійснюється за формулою:

$$p^G = \frac{T_i}{P_i(K, h_i)} m_i, \tag{1}$$

де K – матриця інтринсіків камери; h_i – висота підвісу.

Результат публікується у топик `/robot_N/position` типу `PoseWithCovarianceStamped` разом з оцінкою дисперсії похибки σ_i^2 , що обчислюється адаптивно на основі якісних метрик детекції.

Усі периферійні обчислювальні вузли візуальної навігації та глобальний координатор взаємодіють через шину ROS2 DDS. Ключовою перевагою DDS є відсутність потреби у центральному брокері – кожен вузол може публікувати та підписуватись на топіки безпосередньо, що забезпечує горизонтальну масштабованість системи. Додавання нового модуля зводиться до реєстрації нового публікатора у мережі без жодних змін у конфігурації існуючих вузлів.

Кожен модуль публікує повідомлення структури $M_i(t) = (id_{robot}, p_i^G(t), \sigma_i^2(t), t_{stamp})$, де t_{stamp} – мітка часу, критична для коректної синхронізації асинхронних вимірювань від різних вузлів при злитті даних. Глобальний координатор є центральним обчислювальним вузлом системи, що виконує три функції: злиття вимірювань, ведення глобальної карти та планування руху.

Вузол `data_fusion node` підписується на топіки усіх периферійних обчислювальних модулів та виконує злиття даних методом зваженої оцінки мінімальної дисперсії (BLUE – Best Linear Unbiased Estimator). Для M одночасно активних модулів, що спостерігають одного робота, злита оцінка обчислюється як:

$$\hat{p}^G = \left(\sum_{k=1}^M w_k \right)^{-1} \sum_{k=1}^M w_k \hat{p}_k^G, \quad w_k = \frac{1}{\sigma_k^2}. \quad (2)$$

Вага кожного модуля обернено пропорційна його дисперсії: більш точне вимірювання отримує більший вплив на підсумкову оцінку. BLUE-оцінка є оптимальною лінійною незміщеною оцінкою за умови незалежності похибок різних модулів та відсутності систематичних похибок калібрування.

Вузол `global_map node` веде реєстр поточних глобальних позицій усіх роботів та підтримує дерево трансформацій `/tf2`, що є стандартним механізмом ROS2 для опису просторових відношень між системами координат. Публікація здійснюється у топик `/global_positions`, доступний усім підписникам у мережі.

На основі глобальної карти вузол `path_planner node` генерує команди руху для кожного робота через топик `/cmd_vel`. Планувальник реалізується на базі стеку Nav2 (Navigation2), що є стандартним рішенням для автономної навігації у ROS2, та включає алгоритми уникнення колізій між роботами у спільному просторі.

Кожен мобільний робот представлений у мережі як окремий ROS2-вузол (Robot_n node), що підписується одночасно на два топіки: `/global_positions` – для отримання поточної глобальної позиції та відносного розміщення інших роботів, та `/cmd_vel` – для отримання команд руху від планувальника. Така архітектура дозволяє роботам діяти як у повністю автономному режимі (виконувати команди планувальника), так і в телеоперованому режимі, використовуючи глобальну позицію як зворотній зв'язок.

Моделювання розподіленої системи позиціонування мобільних роботів на основі ArUco-маркерів та архітектури ROS

На рис. 2 подана схема виробничого приміщення та принцип розміщення периферійних обчислювальних вузлів візуальної навігації в глобальній системі координат.

Для однозначного опису положення будь-якого об'єкта у виробничому приміщенні вводиться глобальна декартова система координат $F_G = \{O_G, X_G, Y_G\}$, де O_G – фіксований початок відліку (наприклад, один із кутів приміщення), осі X_G та Y_G орієнтовані вздовж двох взаємно перпендикулярних стін. Вибір такої системи є природним для прямокутних виробничих приміщень і спрощує інтерпретацію результатів позиціонування операторами.

Положення мобільного робота у глобальній системі координат однозначно задається двовимірним вектором:

$$p^G = (x^G, y^G)^T \in R^2, \quad (3)$$

де x^G та y^G – координати об'єкта вздовж осей X_G та Y_G відповідно.

Оскільки камери кріпляться на стелі або на конструкціях над рівнем руху роботів і спрямовані вертикально вниз, задача позиціонування розглядається як плоска (двовимірна), що є стандартним спрощенням для систем навігації наземних мобільних роботів. При необхідності врахування висоти (наприклад, для різнорівневих виробничих майданчиків) формалізм природно узагальнюється на тривимірний випадок із застосуванням матриць з групи SE(3).

Мережа складається з N модулів, де N визначається площею та конфігурацією виробничого приміщення, а також необхідним рівнем покриття (рис. 2). Кожен модуль з індексом i ($i = 1, 2, \dots, N$) фізично закріплений у фіксованій точці простору та має власну локальну систему координат $F_i = \{O_i, X_i, Y_i\}$, в якій він виробляє вимірювання.

Конфігурація модуля у глобальній системі координат задається двома параметрами.

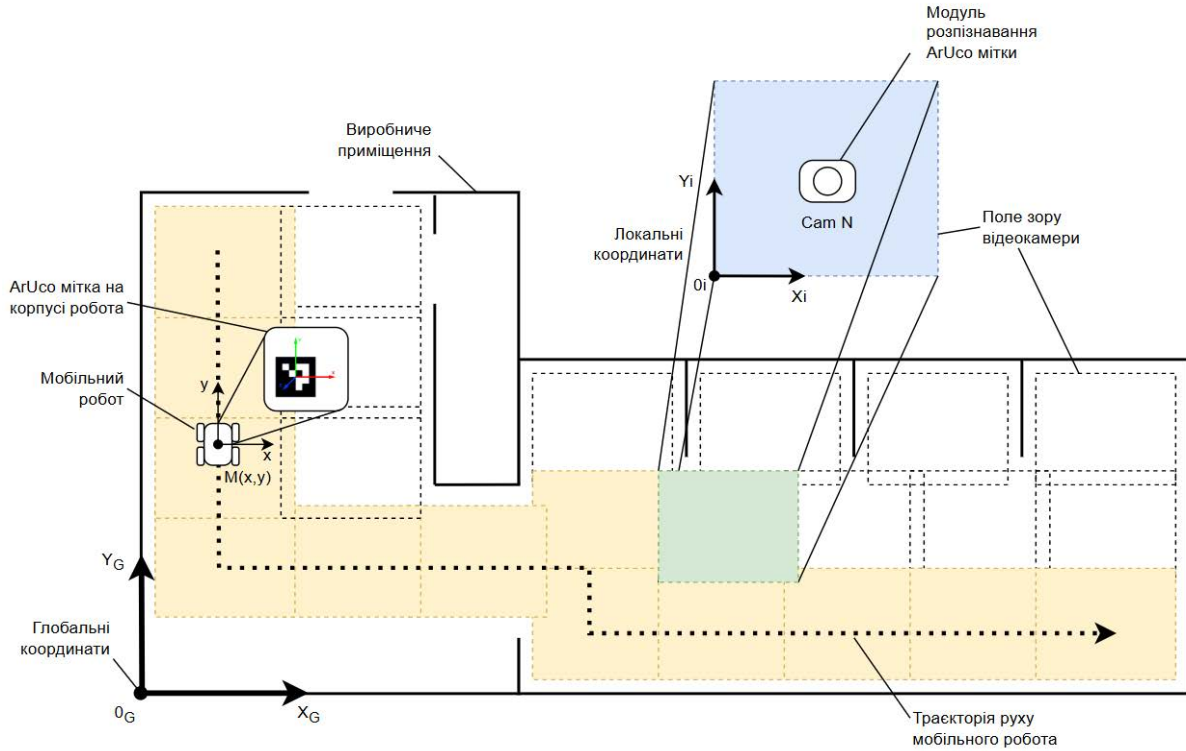


Рис. 2. Схема виробничого приміщення та принцип розміщення периферійних обчислювальних вузлів візуальної навігації в глобальній системі координат

По-перше, вектором трансляції, що визначає положення оптичного центру камери:

$$t_i^G = (x_i^G, y_i^G)^T. \quad (4)$$

По-друге, скалярним кутом орієнтації θ_i – кутом між напрямком локальної осі X_i модуля та глобальною віссю X_G . Цей кут може бути відмінним від нуля в разі, якщо камера встановлена під кутом до стін приміщення, що є поширеною практичною ситуацією:

$$\theta_i \in [0, 2\pi).$$

Параметри t_i^G та θ_i є результатом калібрування системи і надалі вважаються відомими константами. Процедура калібрування може бути виконана, наприклад, шляхом розміщення робота з відомими глобальними координатами у полі зору кожної камери та порівняння вимірних локальних координат з еталонними глобальними.

Перетворення між двома евклідовими системами координат на площині, що відрізняються поворотом та трансляцією (але не масштабуванням і не відображенням), належить до класу жорстких (ізометричних) перетворень. Множина всіх таких перетворень утворює групу Лі SE(2) – спеціальну евклідову групу площини. Елемент цієї групи, що

описує позицію модуля i , задається однорідною матрицею трансформації розміром 3×3 :

$$T_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & x_i^G \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & y_i^G \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Використання однорідних координат є стандартним прийомом у комп'ютерному зорі та робототехніці, що дозволяє записати афінне перетворення у вигляді єдиного матричного добутку. Вектор локальних координат робота, що спостерігається модулем i , в однорідній формі записується як:

$$\tilde{p}_i^L = (x_i^L, y_i^L, 1)^T. \quad (6)$$

Тоді перетворення до глобальних координат виконується як:

$$\tilde{p}^G = T_i \tilde{p}_i^L. \quad (7)$$

Розкриваючи матричний добуток, отримуємо явні аналітичні формули перетворення координат:

$$x^G = x_i^L \cos \theta_i - y_i^L \sin \theta_i + x_i^G, \quad (8)$$

$$y^G = x_i^L \sin \theta_i + y_i^L \cos \theta_i + y_i^G.$$

Геометричний зміст цих формул є наступним: перша частина кожного виразу: $x_i^L \cos \theta_i - y_i^L \sin \theta_i$ та $x_i^L \sin \theta_i + y_i^L \cos \theta_i$ – виконує поворот вектору локальних координат на кут θ_i , приводячи його

до орієнтації глобальної системи; друга частина: x_i^G та y_i^G – здійснює зсув початку відліку від локального до глобального. Обернена матриця T_i^{-1} використовується для перетворення у зворотному напрямку – з глобальної системи до локальної, що необхідно, зокрема, для перевірки належності точки до зони видимості модуля.

ArUco-маркер, нанесений на верхню поверхню робота, спостерігається камерою модуля i як двовимірне зображення. Алгоритм ArUco (реалізований у бібліотеці OpenCV) виявляє чотири кутові точки маркера на знімку та повертає їх піксельні координати, а також обчислює вектори трансляції та ротації, що описують позу маркера у системі координат камери. На виході детектора отримуємо вектор вимірювання:

$$m_i = (u_i, v_i, 1)^T, \quad (9)$$

де u_i та v_i – піксельні координати проєкції центра маркера на площину зображення.

Перехід від піксельних координат до метричних координат у площині підлоги (локальна система координат модуля) здійснюється через модель перспективної камери. Внутрішні параметри камери описуються матрицею інтринсиків K :

$$K = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

де f_x, f_y – фокусні відстані в пікселях по осях x та y ; c_x, c_y – координати головної точки (оптичного центра) на матриці.

Зворотна проєкція з урахуванням відомої висоти підвісу камери h_i над рівнем підлоги виконується за формулою:

$$p_i^L = \frac{1}{K} \lambda m_i, \quad (11)$$

де λ – масштабний коефіцієнт, що обчислюється як відношення висоти підвісу h_i до ефективної фокусної відстані f (при квадратних пікселях $f = f_x = f_y$):

$$\lambda = \frac{h_i}{f}.$$

Іншими словами λ – це масштаб зображення у метрах на піксель на рівні підлоги. Ця формула є справедливою за умови, що площина маркера паралельна площині підлоги, а камера орієнтована строго вертикально. Для компенсації відхилень від цієї умови застосовуються процедури дисторсії та компенсації нахилу, що входять до стандартної процедури калібрування камери.

Кожна камера має обмежене поле зору, що проєктується на площину підлоги у вигляді дея-

кої двовимірної області – зони видимості модуля. Для камери з прямокутною матрицею та вертикальним підвісом ця область є прямокутником у локальних координатах. В загальному випадку зону видимості модуля i у глобальній системі координат визначимо як множину точок:

$$Z_i = \{p^G \in R^2 \mid T_i^{-1} p^G \in D_i\}, \quad (12)$$

де D_i – прямокутна або довільна опукла область допустимих локальних координат, що визначається кутом поля зору камери та висотою підвісу.

Сукупність усіх зон видимості утворює покриття виробничого простору:

$$W \subseteq \bigcup_{i=1}^N Z_i, \quad (13)$$

де W – робочий простір виробничого приміщення.

Умова повного покриття W є необхідною для гарантованого відстеження роботів у будь-якій точці простору. Зона перекриття між двома сусідніми модулями i та j визначається як:

$$Z_{ij} = Z_i \cap Z_j. \quad (14)$$

Перекриття $Z_{ij} \neq \emptyset$ є необхідною умовою для виконання двох важливих функцій системи. По-перше, воно дозволяє забезпечити безперервне передавання відповідальності за відстеження робота від одного модуля до іншого без втрати трекінгу у момент перетину межі зони видимості. По-друге, перекриття дозволяє виконати взаємне калібрування та верифікацію суміжних модулів: якщо обидва модулі одночасно спостерігають маркер у зоні Z_{ij} , їхні глобальні оцінки положення мають збігатися, що дозволяє виявляти та коригувати систематичні похибки калібрування.

Перебуваючи у зоні перекриття Z_{ij} , робот одночасно спостерігається двома (або більше) модулями. Кожен модуль формує власну незалежну оцінку глобальних координат:

$$\hat{p}_i^G = T_i \tilde{p}_i^L, \quad \hat{p}_j^G = T_j \tilde{p}_j^L. \quad (15)$$

Ці оцінки є різними внаслідок похибок вимірювання кожного модуля: шуму сенсора, похибок детекції ArUco (особливо при малих розмірах маркера в кадрі або при несприятливому освітленні), а також похибок калібрування. Дисперсія похибки вимірювання модуля i позначається σ_i^2 . Для отримання оптимальної у сенсі мінімуму середньоквадратичної похибки об'єднаної оцінки координат використовується зважене усереднення вимірювань, у якому вагові коефіцієнти вибираються обернено пропорційними дисперсіям похибок відповідних модулів. Такий підхід відповідає оцінці мінімальної дисперсії для незалежних

вимірювань. Злита оцінка глобальних координат визначається як:

$$\hat{p}^G = \frac{\sigma_j^2 \hat{p}_i^G + \sigma_i^2 \hat{p}_j^G}{\sigma_j^2 + \sigma_i^2}. \quad (16)$$

З фізичного змісту даного виразу виходить, що модуль із меншою дисперсією отримує більшу вагу в підсумковій оцінці. Наприклад, якщо $\sigma_i^2 \ll \sigma_j^2$, то $\hat{p}^G \approx \hat{p}_i^G$, тобто система довіряє переважно першому модулю. У загальному випадку для M одночасно активних модулів (робот знаходиться у полі зору кількох камер):

$$\hat{p}^G = \frac{\sum_{k=1}^M w_k \hat{p}_k^G}{\sum_{k=1}^M w_k}, \quad w_k = \frac{1}{\sigma_k^2}. \quad (17)$$

Ця формула є дискретним аналогом фільтра Калмана для статичного виміру і є оптимальною лінійною незміщеною оцінкою за умови незалежності похибок різних модулів. На практиці дисперсії σ_k^2 не є константами, а залежать від поточного стану спостереження: відстані від маркера до центра кадру, кута нахилу, рівня освітлення, ступеня оклюзії. Тому в реальній системі вони можуть обчислюватись адаптивно на основі якісних метрик детекції ArUco (наприклад, розміру маркера в пікселях або репроекційної похибки).

Повний обчислювальний ланцюжок від первинних пікселів ArUco-детектора до глобальних координат у системі відліку виробничого приміщення може бути записаний у компактному матричному вигляді:

$$p^G = \frac{T_i m_i}{P_i(K, h_i)}, \quad (18)$$

де $m_i = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{pmatrix}$ – вектор піксельних координат центра маркера, отриманих від ArUco-детектора;

$\frac{1}{P_i(K, h_i)}$ – оператор зворотної проєкції, що залежить від матриці інтринсіків K та висоти підвісу h_i , і переводить піксельні координати в метричні локальні координати підлоги; T_i – однорідна матриця жорсткого перетворення, що переводить локальні координати у глобальні.

Цей ланцюжок виконується незалежно та паралельно на кожному вузлу мережі (Raspberry Pi). Результати – вектори \hat{p}_i^G та відповідні оцінки дисперсій σ_i^2 – публікуються в мережу ROS у вигляді повідомлень типу `geometry_msgs/PoseWithCovarianceStamped` і доступні глобальному координатору через механізм підписки на топіки. Глобальний вузол ROS виконує фінальне злиття даних згідно формули (17) та публікує уточнене положення кожного робота.

Висновки. В даній роботі запропоновано модель розподіленої системи позиціонування мобільних роботів на основі мережі ArUco-сенсорних модулів. Запропонований підхід включає: введення глобальної та локальних систем координат; формалізацію калібрувальних параметрів кожного модуля у вигляді матриці трансформації з групи SE(2); модель зворотної проєкції для отримання метричних координат із пікселів; визначення зон видимості та умов їх перекриття; оптимальну зважену оцінку положення у зонах перекриття за критерієм мінімуму дисперсії.

Розроблений математичний апарат є масштабованим – кількість модулів може бути довільною, конфігурація виробничого приміщення – довільною, а алгоритм злиття даних може бути узагальнений на випадок декількох одночасно активних спостерігачів. Подальші дослідження спрямовані на розробку адаптивних алгоритмів оцінки дисперсій σ_k^2 у реальному часі та на дослідження впливу часових затримок у мережі ROS на точність глобального позиціонування.

Список літератури:

1. M. Soori et al. Intelligent Robotic Systems in Industry 4.0. A Review. *Journal of Advanced Manufacturing Science and Technology*. 2023. DOI: 10.51393/j.jamst.2024007
2. Şenbaşlar B., Hoenig W. and Ayanian N. RLSS: Real-time Multi-Robot Trajectory Replanning using Linear Spatial Separations. *Autonomous Robots*. vol. 47(7). pp. 1-26. 2021. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.07588>
3. Nevlyudov I., Novoselov S. and Sukhachov K. Method of Simultaneous Localization and Mapping for Construction of 2.5D Maps of the Environment Using ROS. *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. vol. 2 (24). pp. 145-160. 2023. DOI: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.24.145>
4. Novoselov S. and Donskov O. Distributed Local Positioning System Using DWM1000 Location Chip. *4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T)*. pp. 489-492. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2017.8246445>
5. Nevlyudov I., Novoselov S., Sychova O. and Tesliuk S. Determining the Coordinates of a Mobile Robot in an Industrial Space Using BLE Technology Based on RSSI Data Received from Base Stations. *Radiotekhnika*. vol. 2 (209). pp. 185-191. 2022. DOI: <https://doi.org/10.30837/rt.2022.2.209.18>

6. Zou Jie-Tong and Wang C.-Y. The Application of Ultrasonic Positioning System for Indoor Navigation of Omni-directional Mobile Robot. *Sensors and Materials*. pp. 585-591. 2016. DOI: <https://doi.org/10.18494/SAM.2016.1212>
7. Ghidary S. S., Tani T., Takamori T. and Hattori M. A new home robot positioning system (HRPS) using IR switched multi ultrasonic sensors. *IEEE SMC'99 Conference Proceedings. 1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. vol. 4. pp. 737-741. 1999. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICSMC.1999.812496>
8. S. Meina et al. Vision-based positioning system. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*. vol. 23(5). pp. 88-96. 2016. DOI: [https://doi.org/10.1016/s1005-8885\(16\)60062-6](https://doi.org/10.1016/s1005-8885(16)60062-6)
9. Hamza M. S., Shehata O. M., Morgan E. I. and Elias C. M. Vision-Based Indoor Positioning System for Connected Vehicles in Small-scale Testbed Environments. *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. pp. 144-148. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1109/IV55156.2024.10588856>
10. L. C. Klein et al. A Machine Learning Approach to Robot Localization Using Fiducial Markers in RobotAtFactory 4.0 Competition. *Sensors*. vol. 23(6). pp. 3128. 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/s23063128>
11. Doyoung K., Jae B. and Seongkyun J. Enhancing Pose Estimation Using Multiple Graphical Markers with Spatial and Temporal Outlier Detection. *Applied Sciences*. vol. 14. pp. 10225. 2024. DOI: <https://doi.org/10.3390/app142210225>
12. Pulloquinga J.L., Corrata D., Mata V., Valera Á., Vallés M. Experimental Analysis of Pose Estimation Based on ArUco Markers. *Innovations in Industrial Engineering III. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer*. 2024. pp 138-149. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-61582-5_12
13. Q. Huang et al. Optimizing Fiducial Marker Placement for Improved Visual Localization. *IEEE Robotics and Automation Letters*. vol. 8(5). pp. 2756-2763. 2023. DOI: <https://doi.org/10.1109/LRA.2023.3260700>

Nevliudov I.Sh., Novoselov S.P., Sychova O.V., Tesliuk S.I. DISTRIBUTED POSITIONING SYSTEM FOR MOBILE ROBOTS BASED ON ARUCO SENSOR NETWORK AND ROS ARCHITECTURE FOR CYBER-PHYSICAL MANUFACTURING

This paper presents a mathematical framework for describing a distributed positioning system for mobile robots in a production facility of arbitrary configuration, meeting the requirements of smart manufacturing and cyber-physical systems. The proposed system is based on a network of peripheral computing nodes for visual navigation, each of which determines the local coordinates of a mobile robot in its own reference frame using ArUco-type markers and computer vision techniques. A coordinate alignment method has been developed that transforms the robot's position from the local coordinate systems of individual sensor modules into a single global coordinate system of the production space. For this purpose, homogeneous transformation matrices of the SE(2) group are used, which allow formalizing the calibration results of each module and ensuring the correct geometric combination of measurements in a common coordinate space. The problem of processing measurement information in areas where the fields of view of adjacent camera modules overlap is considered. To improve positioning accuracy, a coordinate fusion method based on a weighted evaluation using the minimum variance criterion is proposed, which allows for the varying accuracy of individual sensors and ensures the stability of the result when the system configuration changes. It is shown that the proposed mathematical framework is scalable and can be applied to an arbitrary number of sensor modules and an arbitrary geometry of the production facility. The obtained results for the theoretical basis for developing a distributed global positioning system for mobile robots and implementing a central coordinator within the ROS environment, which ensures the integration of sensor nodes, real-time data exchange, and the ability to further expand the system's functionality.

Keywords: mobile robots, ArUco markers, distributed localization, ROS, coordinate transformation, cyber-physical systems, Industry 4.0, Industry 5.0.

Дата першого надходження статті до видання: 19.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 15.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті 11.05.2026